

Р. И. Костык

В работе [1] предложена методика расчета профилей линий излучения и функции источника в плоском слое конечной оптической толщины  $\tau_0$ , основанная на матричном представлении уравнений теории диффузии излучения. В [2] для  $\tau_0=1-100$  составлены таблицы, позволяющие элементарным образом находить поле излучения внутри среды и интенсивность излучения, покидающего среду под любым углом  $\theta$  к нормали [1].

В данной работе матрицы  $A^{-1}$  и  $T$  вычислены для  $\tau_0=0.1-1.0$ .

Приведем основные формулы, по которым производились вычисления. Как известно, интегральные уравнения для функции источника  $B(\tau)$  и интенсивности выходящего из среды излучения  $I(\tau_0, \theta, x)$  при изотропном рассеянии и полном перераспределении энергии по частотам для плоского слоя имеют вид:

$$I(\tau_0, \theta, x) = \int_0^{\tau_0} B(\tau) \alpha(x) e^{-\alpha(x)\tau \sec \theta} \sec \theta d\tau, \quad (1)$$

$$B(\tau) = \frac{\lambda}{2} \int_0^{\tau_0} K(|t - \tau|) B(t) dt + g(\tau).$$

Здесь  $\alpha(x)$  — контур коэффициента поглощения;  $\lambda$  — вероятность выживания кванта при элементарном акте рассеяния;

$$K(y) = \left[ \int_{-\infty}^{+\infty} \alpha(x) dx \right]^{-1} \int_{-\infty}^{+\infty} \alpha^2(x) E_1[\alpha(x)y] dx;$$

$E_1(y)$  — интегральная показательная функция первого порядка;  $g(\tau)$  характеризует распределение первичных источников возбуждения в слое газа.

Систему интегральных уравнений (1) можно заменить системой матричных уравнений [1]:

$$\begin{aligned} AB + G &= 0, \\ I - CB &= 0. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь  $A = [a_{ik} - \delta_{ik}]^m$ ,  $C = [c_{jk}]^m$ ,

$$B = \begin{bmatrix} B(\tau_1) \\ B(\tau_2) \\ \vdots \\ B(\tau_m) \end{bmatrix}, \quad G = \begin{bmatrix} g(\tau_1) \\ g(\tau_2) \\ \vdots \\ g(\tau_m) \end{bmatrix}, \quad I = \begin{bmatrix} I(\tau_0, \theta, x_1) \\ I(\tau_0, \theta, x_2) \\ \vdots \\ I(\tau_0, \theta, x_m) \end{bmatrix},$$

причем

$$a_{ik} = \int_{\tau_{k-1}}^{\tau_k} K\left(\left|t - \frac{\tau_{i-1} + \tau_i}{2}\right|\right) dt, \quad i, k = 1, 2, \dots, m,$$

$$c_{jk} = \int_{\tau_{k-1}}^{\tau_k} \alpha(x_j) e^{-\alpha(x_j) \sec \theta \tau} \sec \theta d\tau, \quad j = 1, 2, \dots, m,$$

$\delta_{ik}$  — символ Кронекера.

Из (2) следует, что

$$I = TG,$$

$$B = -A^{-1}G, \quad (3)$$

где  $T = -CA^{-1}$ .

По (3) можно легко найти функцию источника и контур линии излучения при заданном распределении источников возбуждения в среде. Матрицы  $-A^{-1}$  и  $T$  приведены в таблице ( $\tau_0 = 0.1, 0.2, \dots, 1.0$ ;  $\lambda = 1$ ;  $m = 5$ ;  $\alpha(x) = e^{-x^2}$ ). Для безразмерной частоты  $x$  выбраны значения:

**Матрицы  $-A^{-1}$**

$\tau_0 = 0.1$

1041	1	293	-1	242	-1	212	-1	190	-1
293	-1	1041	1	296	-1	243	-1	212	-1
242	-1	296	-1	1041	1	296	-1	242	-1
212	-1	243	-1	296	-1	1041	1	293	-1
190	-1	212	-1	242	-1	293	-1	1041	1

$\tau_0 = 0.2$

1075	1	523	-1	420	-1	359	-1	311	-1
523	-1	1077	1	533	-1	425	-1	358	-1
420	-1	533	-1	1077	1	533	-1	420	-1
358	-1	425	-1	533	-1	1077	1	523	-1
311	-1	358	-1	420	-1	523	-1	1075	1

$\tau_0 = 0.3$

1108	1	736	-1	582	-1	488	-1	414	-1
736	-1	1111	1	757	-1	592	-1	488	-1
582	-1	757	-1	1112	1	757	-1	582	-1
488	-1	592	-1	757	-1	1111	1	736	-1
414	-1	488	-1	582	-1	736	-1	1108	1

$\tau_0 = 0.4$

1139	1	942	-1	735	-1	608	-1	505	-1
942	-1	1145	1	976	-1	753	-1	608	-1
735	-1	976	-1	1146	1	976	-1	735	-1
608	-1	753	-1	976	-1	1145	1	942	-1
505	-1	608	-1	735	-1	942	-1	1139	1

$\tau_0 = 0.5$

1170	1	114	0	883	-1	722	-1	590	-1
114	0	1179	1	119	0	909	-1	722	-1
883	-1	119	0	1181	1	119	0	883	-1
722	-1	909	-1	119	0	1179	1	114	0
590	-1	722	-1	883	-1	114	0	1170	1

$\tau_0 = 0.6$

1201	1	134	0	103	0	832	-1	664	-1
134	0	1212	1	141	0	106	0	832	-1
103	0	141	0	1215	1	141	0	103	0
832	-1	106	0	141	0	1212	1	134	0
664	-1	832	-1	103	0	134	0	1201	1

$\tau_0 = 0.7$

1232	1	154	0	117	0	940	-1	745	-1
154	0	1247	1	163	0	122	0	940	-1
117	0	163	0	1251	1	163	0	117	0
940	-1	122	0	163	0	1247	1	154	0
745	-1	940	-1	117	0	154	0	1232	1

$\tau_0 = 0.8$

1262	1	174	0	132	0	105	0	817	-1
174	0	1281	1	185	0	137	0	105	0
132	0	185	0	1286	1	185	0	132	0
105	0	137	0	185	0	1281	1	174	0
817	-1	105	0	132	0	174	0	1262	1

$\tau_0 = 0.9$ 

1293	1	194	0	146	0	115	0	887	-1
194	0	1316	1	207	0	153	0	115	0
146	0	207	0	1322	1	207	0	146	0
115	0	153	0	207	0	1316	1	194	0
887	-1	115	0	146	0	194	0	1293	1

 $\tau_0 = 1.0$ 

1323	1	213	0	160	0	125	0	955	-1
213	0	1350	1	230	0	168	0	126	0
160	0	230	0	1358	1	230	0	160	0
126	0	168	0	230	0	1350	1	213	0
955	-1	125	0	160	0	213	0	1323	1

Матрицы  $CA^{-1}$  $\tau_0 = 0.1$ 

223	-1	222	-1	219	-1	213	-1	208	-1
190	-1	191	-1	187	-1	184	-1	180	-1
118	-1	120	-1	118	-1	116	-1	114	-1
520	-2	557	-2	524	-2	555	-2	512	-2
169	-2	188	-2	164	-2	181	-2	162	-2

 $\tau_0 = 0.2$ 

656	-1	656	-1	459	-1	441	-1	419	-1
563	-1	563	-1	398	-1	382	-1	365	-1
353	-1	355	-1	254	-1	247	-1	239	-1
161	-1	163	-1	115	-1	115	-1	113	-1
529	-2	529	-2	386	-2	386	-2	379	-2

 $\tau_0 = 0.3$ 

758	-1	742	-1	713	-1	675	-1	625	-1
651	-1	643	-1	620	-1	591	-1	553	-1
409	-1	410	-1	402	-1	391	-1	368	-1
186	-1	190	-1	190	-1	185	-1	179	-1
608	-2	632	-2	626	-2	649	-2	582	-2

 $\tau_0 = 0.4$ 

105	0	103	0	977	-1	909	-1	822	-1
908	-1	894	-1	856	-1	805	-1	734	-1
575	-1	578	-1	566	-1	541	-1	504	-1
265	-1	268	-1	270	-1	262	-1	249	-1
871	-2	898	-2	923	-2	868	-2	851	-2

 $\tau_0 = 0.5$ 

137	0	133	0	125	0	114	0	101	0
118	0	116	0	110	0	102	0	916	-1
753	-1	758	-1	737	-1	701	-1	644	-1
347	-1	357	-1	358	-1	345	-1	324	-1
114	-1	121	-1	120	-1	118	-1	113	-1

 $\tau_0 = 0.6$ 

169	0	163	0	152	0	137	0	120	0
147	0	143	0	135	0	124	0	109	0
943	-1	949	-1	921	-1	867	-1	782	-1
438	-1	454	-1	452	-1	435	-1	403	-1
145	-1	155	-1	152	-1	152	-1	141	-1

 $\tau_0 = 0.7$ 

204	0	195	0	180	0	161	0	137	0
177	0	172	0	161	0	146	0	126	0
114	0	115	0	111	0	104	0	927	-1
535	-1	556	-1	553	-1	531	-1	488	-1
179	-1	189	-1	191	-1	186	-1	173	-1

$$\tau_0=0.8$$

239	0	228	0	208	0	183	0	154	0
208	0	202	0	187	0	168	0	143	0
135	0	137	0	132	0	122	0	107	0
637	-1	667	-1	664	-1	632	-1	574	-1
214	-1	227	-1	232	-1	224	-1	205	-1

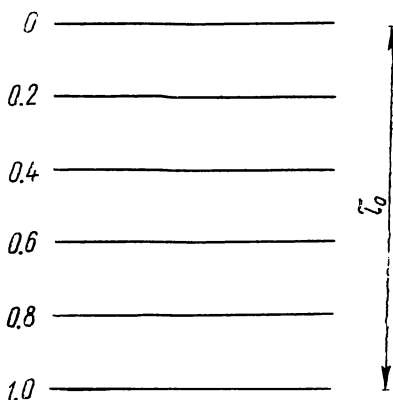
$$\tau_0=0.9$$

275	0	261	0	236	0	206	0	169	0
240	0	232	0	214	0	189	0	160	0
157	0	159	0	152	0	140	0	122	0
747	-1	784	-1	775	-1	743	-1	663	-1
250	-1	270	-1	272	-1	265	-1	244	-1

$$\tau_0=1.0$$

311	0	294	0	264	0	227	0	184	0
272	0	263	0	241	0	211	0	174	0
180	0	182	0	174	0	159	0	136	0
859	-1	908	-1	901	-1	851	-1	760	-1
291	-1	312	-1	319	-1	307	-1	280	-1

0, 0.4, 0.8, 1.2, 1.6. Величины  $g(\tau)$  следует задавать на следующих оптических глубинах  $\tau$  (в единицах  $\tau_0$ ): 0.1, 0.3, 0.5, 0.7, 0.9 (рисунок).



Погрешность определения  $I(\tau_0, \theta, x)$  и  $B(\tau)$  при  $g(\tau) = \text{const}$  не превышает 2—3 единиц третьей значащей цифры. Численные значения элементов матриц  $A^{-1}$  и  $T$  представлены в форме  $s \cdot 10^n$  ( $0.1 \leq s < 1$ ).

Вычисления выполнены на ЭВМ «Промінь» ГАО АН УССР.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Яковкин Н. А., Костик Р. И. — *Астрофизика*, 2, 379, 1966.
2. Костик Р. И. — *Астрофизика*, 3, 17, 1967.

#### THE MATRIX EQUATIONS OF THE DIFFUSION OF RADIATION

R. I. KOSTIK

#### Summary

The matrices  $A^{-1}$  and  $T$  ( $\tau_0=0.1-1.0$ ) are tabulated, permitting a source function and profile of emission line to be easily calculated. It is assumed that the radiation diffuses with complete redistribution in frequency.