

А. А. Корсунь

При определении движения полюса по наблюдениям на многих обсерваториях задача определения координат полюса приобретает статистическую форму. Пользуясь понятиями математической статистики, эту задачу можно сформулировать следующим образом: изменение широты любой точки поверхности Земли u_i можно представить в виде

$$u_i = \bar{u}_i + \xi_i,$$

где \bar{u}_i — функция двух переменных x, y , которые в свою очередь зависят от времени — $x=x(t), y=y(t)$; ξ_i — случайные ошибки наблюдений.

Поскольку наблюдения над изменяемостью широт ведутся только в ограниченном числе пунктов, можно рассматривать совокупность наблюденных значений u_i для любого t как выборку из некоторой генеральной совокупности. Задача состоит в том, чтобы по этой выборке $u_1, u_2, u_3, \dots, u_i, \dots, u_n$, где n — число станций, найти эффективные оценки x, y , т. е. оценки с наименьшей дисперсией. Такие оценки по данной выборке можно получить, применив метод максимума правдоподобия. Функция максимума правдоподобия в нашем случае будет иметь следующий вид:

$$L = p(u_1 xy) p(u_2 xy) \dots p(u_n xy),$$

где $p(uxy)$ — функция распределения ошибок наблюдений.

Обычно применяемый при вычислении координат полюса метод наименьших квадратов без учета весов является тем частным случаем метода максимума правдоподобия, когда ошибки наблюдений распределены нормально и точность всех значений u_i одинакова, т. е. для любого i можем записать

$$p(u_i \bar{u}_i \sigma^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{(u_i - \bar{u}_i)^2}{2\sigma^2}},$$

где

$$\bar{u}_i = x \cos \lambda_i + y \sin \lambda_i,$$

σ^2 — дисперсия ошибок колебаний широт, одинаковая для всех станций. В этом случае функция L будет равна

$$L = (\sqrt{2\pi} \sigma)^{-n} e^{-\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^n (u_i - \bar{u}_i)^2}.$$

Достижение максимума функцией L по \bar{u}_i эквивалентно достижению минимума суммы квадратов $\sum_{i=1}^n (u_i - \bar{u}_i)^2$, откуда и получаем систему условных уравнений вида

$$u_i - \bar{u}_i = 0$$

или

$$u_i - x \cos \lambda_i - y \sin \lambda_i = 0. \quad (1)$$

Итак, применять для вычисления координат полюса метод наименьших квадратов в такой форме можно только в том случае, если заранее сделаны следующие допущения:

1) ошибки широтных наблюдений случайные, независимые, нормально распределенные величины;

2) все широтные наблюдения имеют одинаковую точность. Первое допущение требует проверки*, ошибочность второго очевидна.

Если в случае одинаковой точности всех u_i эффективные оценки x , y находятся по следующим формулам:

$$x = \sum_{i=1}^n a_i u_i, \quad y = \sum_{i=1}^n b_i u_i,$$

то при $\sigma_i \neq \sigma_k$ для определения x' , y' с минимальной дисперсией следует ввести новые коэффициенты, зависящие не только от долготы станции, но и от точности наблюдений, т. е. в условные

* В работе [7] исследуется применение способа наименьших квадратов в случае, когда закон распределения ошибок неизвестен. Автор приходит к выводу, что при вычислении оценки в условиях неизвестного закона распределения ошибок вполне разумно обращаться к способу наименьших квадратов, с помощью которого получаем оценку с вполне определенной, хотя и не самой меньшей, дисперсией.

уравнения вида (1) следует ввести веса g_i , определяемые точно-
 стью наблюдений на данной станции. Тогда

$$x' = \sum_{i=1}^n a_i' u_i, \quad y' = \sum_{i=1}^n b_i' u_i,$$

Т а б л и ц а 1

Обсерватория	Инструмент	λ_i	Период наблюдений	g_i	Литера-тура
Гринвич I	ФЗТ	$-0^{\text{h}} 01^{\text{m}} 21^{\text{s}}$	1960.1—62.5 63.6—65.0	2.5	[4]
Гринвич II	A		1960.1—63.7	0.8	[4]
Париж	A	-0 09 20	60.1—65.0	1.8	[4]
Алжир	A	-0 12 09	62.7—65.0	0.6	[4]
Безансон	A	-0 23 57	60.1—65.0	1.4	[4]
Невшатель	A	-0 27 50	62.1—65.0	1.0	[4]
Карлофорте	ВЗТ	-0 33 14	60.1—61.0 62.2—65.0	1.4	[4, 6]
Гамбург	ФЗТ	-0 40 04	62.1—65.0	0.9	[4]
Потсдам	A	-0 52 16	60.1—65.0	1.2	[4]
Дрезден	П	-0 54 53	62.8—65.0	0.7	[4]
Боровиц	ВЗТ	-1 08 18	60.1—65.0	0.9	[4]
Варшава	ВЗТ	-1 24 09	62.1—65.0	0.2	[4]
Пулково	ЗТФ	-2 01 18	60.1—65.0	0.7	[3, 4]
Полтава	ВЗТ	-2 18 11	60.1—65.0	0.6	[3, 4]
Горький	ВЗТ	-5 55 56	61.8—63.5	1.3	[3, 4]
Казань	ЗТЛ-180	-3 15 16	60.1—65.0	0.8	[3, 4]
Китаб I	ВЗТ	-4 27 31	60.1—65.0	0.5	[3, 4]
Китаб II	ЗТЛ-180			1.5	[3, 4]
Иркутск	ЗТЛ-180	-6 57 22	60.1—65.0	0.9	[3, 4]
Тяньдзинь	ЗТЛ-180	-7 48	60.1—63.9	2.9	[5]
Благовещенск	ЗТЛ-180	-8 29 45	60.1—65.0	0.5	[3, 4]
Токио	ФЗТ	-9 18 10	60.1—65.0	0.6	[4]
Мидзусава I	ФЗТ	-9 24 31	60.1—65.0	0.5	[4]
Мидзусава II	ПЗТ			0.9	[4]
Мидзусава III	ВЗТ			1.2	[4, 6]
Маунт Стромло	ФЗТ	-9 59 50	60.1—65.0	0.9	[4]
Юкайя	ВЗТ	8 12 50	60.1—61.0 63.2—65.0	0.6	[4]
Ричмонд	ФЗТ	5 21 32	60.1—65.0	0.6	[4]
Вашингтон	ФЗТ	5 08 15	60.1—65.0	0.3	[4]
Гейтерсберг	ВЗТ	5 08 47	60.1—65.0	1.0	[4, 6]
Оттава	ФЗТ	5 02 51	60.4—65.0	1.6	[4]

Примечание. Приняты такие обозначения: А — астролябия, ФЗТ — фотографическая зенитная труба, ВЗТ, ЗТЛ-180 — визуальные зенит-телескопы, ПЗТ — плавающий зенит-телескоп, П — пассажный инструмент.

где

$$a_i' = a_i'(\lambda_i g_i), \quad b_i' = b_i'(\lambda_i g_i).$$

О том, как назначать веса отдельным станциям, подробно изложено в работе [2]. Отметим только, что веса определялись как величины обратно пропорциональные дисперсии ошибок широтных наблюдений в области периодов от месяца и более. Вычисленные нами веса приведены в табл. 1.

После определения весов значения координат полюса находятся решением систем условных уравнений вида

$$\sqrt{g_i} u_{ij} = \sqrt{g_i} x_j' \cos \lambda_i + \sqrt{g_i} y_j' \sin \lambda_i.$$

Вычисленные нами координаты полюса Земли, координаты, вычисленные при допущении одинаковой точности всех широтных рядов и с учетом весов станций, приведены в табл. 2 (в 0".01).

Т а б л и ц а 2

Эпоха	x	x'	y	y'	Эпоха	x	x'	y	y'
1960.1	3	3	-19	-19	1962.6	8	8	-9	-10
2	-7	-6	-16	-17	7	3	3	-12	-13
3	-12	-13	-10	-10	8	-2	-4	-11	-13
4	-15	-16	0	1	9	-11	-12	-7	-8
5	-14	-15	5	7	1963.0	-16	-16	0	0
6	-10	-8	10	10	1	-15	-14	9	9
7	-2	-3	12	11	2	-9	-8	16	18
8	4	4	10	9	3	1	1	19	19
9	7	8	6	6	4	11	11	16	16
1961.0	8	8	0	1	5	18	18	7	7
1	7	7	-5	-4	6	20	18	-6	-5
2	5	5	-6	-6	7	14	12	-17	-18
3	2	4	-5	-6	8	3	3	-20	-22
4	0	0	-2	-2	9	-8	-8	-19	-20
5	-3	-4	-1	-1	1964.0	-18	-16	-10	-12
6	-4	-5	-1	-1	1	-22	-20	-2	-2
7	-6	-6	-1	0	2	-20	-18	10	11
8	-6	-6	-1	0	3	-13	-12	21	21
9	-5	-6	1	0	4	-2	-3	26	26
1962.0	-4	-5	4	2	5	10	9	22	22
1	-2	-2	6	4	6	19	19	10	9
2	2	3	7	5	7	21	21	-5	-5
3	5	7	6	4	8	19	18	-18	-16
4	8	9	2	2	9	7	8	-20	-20
5	9	10	-4	-4	1965.0	-4	-3	-18	-18

Исходным материалом при вычислении координат полюса были ежемесячные данные о наблюдениях 31 станции (см. табл. 1), сглаженные аналитическим способом [1] с коэффициентом сглаживания $\epsilon=0.1$. Координаты полюса отнесены к среднему полюсу эпохи наблюдений согласно методу А. Я. Орлова.

ЛИТЕРАТУРА

1. Глаголева И. И., Федоров Е. П. — В кн.: Колебания широт и движение полюсов Земли. «Наука», М., 1964, 3, 15—33.
2. Корсунь А. А., Федоров Е. П. — В кн.: Измеряемость широт. «Наукова думка», К., 1967.
3. Материалы наблюдений на зенит-телескопах. ВИНТИ, М., 1964.
4. Monthly notes of the International polar motion service. Mizusawa-shi, Iwate-ken, Japan, 1962; 1963, 1964.
5. Li Shi-guang, Fang Li-wen, Jja Shu-yun. — Acta Astronom. Sinica, 1965, 13, 1, 34—38.
6. Relazione presentata alla XI Assemblea Generale dell'Unione Astronom. Internazionale (Berkeley, 15—24, 1961).
7. Коугия В. А. — Изв. вузов. Геодезия и аэрофотосъемка, 1966, 1, 19—30.

Главная астрономическая
обсерватория АН УССР

MOTION OF THE EARTH'S POLE DURING THE PERIOD 1960—1965

A. A. KORSUN'

Summary

The author discusses the problem of estimating the weights of latitude observations which should be taken into account when deriving the polar motion. The method was used for determination of the coordinates of the pole from latitude observations at 31 observatories during the period 1960—1965. The results are given in the paper.