

УДК 524.85

**О. М. Сергієнко, Б. С. Новосядлий**

Кафедра теоретичної фізики  
 та Астрономічна обсерваторія Львівського національного університету імені Івана Франка  
 79005 Львів, вул. Кирила і Мефодія 8

### **Скалярне поле як темна енергія, що прискорює розширення Всесвіту**

Проаналізовано властивості однорідного скалярного поля  $\phi$  із класичним лагранжіаном  $L = \phi_{;i}\phi^{;i}/2 - V(\phi)$  та лагранжіаном тахіонного поля  $L = -V(\phi)\sqrt{1 - \phi_{;i}\phi^{;i}}$ , яке зумовлює спостережуване прискорене розширення Всесвіту. Досліджено моделі зі сталою параметром рівняння стану  $w_{de} = p_{de}/\rho_{de} < -1/3$ . Для обох випадків реконструйовано поле  $\phi(a)$  та потенціал  $V(a)$  для параметрів космологічної моделі Всесвіту, встановлених на основі даних спостережувальної космології. Показано ефект «скочування» потенціалу  $V(\phi)$  до мінімуму.

**СКАЛЯРНОЕ ПОЛЕ КАК ТЕМНАЯ ЭНЕРГИЯ, УСКОРЯЮЩАЯ РАСПЫШИРЕНИЕ ВСЕЛЕННОЙ,** Сергиенко О. Н., Новосядлый Б. С. — Проанализированы свойства однородного скалярного поля  $\phi$  с классическим лагранжианом  $L = \phi_{;i}\phi^{;i}/2 - V(\phi)$  и лагранжианом тахионного поля  $L = -V(\phi)\sqrt{1 - \phi_{;i}\phi^{;i}}$ , которое обуславливает наблюдаемое ускоренное расширение Вселенной. Исследованы модели с постоянным параметром уравнения состояния  $w_{de} = p_{de}/\rho_{de} < -1/3$ . Для обоих случаев реконструированы поле  $\phi(a)$  и потенциал  $V(a)$  для параметров космологической модели Вселенной, определенных на основании данных наблюдательной космологии. Показан эффект «скатывания» потенциала  $V(\phi)$  к минимуму.

**SCALAR FIELD AS THE DARK ENERGY ACCELERATING EXPANSION OF THE UNIVERSE,** by Sergijenko O. N., Novosyadlyj B. S. — The features of the homogeneous scalar field  $\phi$  with classical Lagrangian  $L = \phi_{;i}\phi^{;i}/2 - V(\phi)$  and tachyon field Lagrangian  $L = -V(\phi)\sqrt{1 - \phi_{;i}\phi^{;i}}$  causing the observable accelerated expansion of the Universe are analyzed. The models with constant equation-of-state parameter  $w_{de} = p_{de}/\rho_{de} < -1/3$  are studied. For both cases the fields  $\phi(a)$  and potentials  $V(a)$  are reconstructed for the parameters of cosmological model of the Universe which are derived from observations. The effect of rolling down of the potential  $V(\phi)$  to minimum is shown.

## ВСТУП

Космологічний тест «видима зоряна величина — червоне зміщення», реалізований для Наднових типу Ia [5, 6, 21—25, 31], та спектр потужності флюктуацій температури реліктового випромінювання, отриманий в наземних, стратосферних та космічних експериментах (див. сайти <http://astro.uchicago.edu/dasi/> і <http://www.archeops.org>, а також роботи [8, 12, 14—16]), надійно вказують на те, що понад 70 % середньої густини енергії Всесвіту складає темна енергія. Ці та інші дані спостережень задовільно описуються космологічною моделлю, яка базується на рівняннях Айнштайніз космологічною сталою:  $\Omega_\Lambda = 0.74 \pm 0.02$  [1, 3, 28]. Але спроби її фізичної інтерпретації наштовхуються на ряд труднощів [10, 19, 20, 27]. У зв'язку з цим аналізуються альтернативні підходи — нові фізичні поля (класичне скалярне поле — квінтесенція, тахіонне поле, к-есенція, фантомне поле, квінтомне поле, газ Чаплігіна), модифікації закону всесвітнього тяжіння, загальної теорії відносності, багатовимірні гравітації, брані та ін. (див. огляди [9—11, 18, 20, 27]).

Тут досліджується скалярне поле, яке заповнює Всесвіт і зумовлює його прискорене розширення. Вважається, що Всесвіт однорідно заповнений пилоподібною матерією з густиною в одиницях критичної  $\Omega_m$  та темною енергією з густиною  $\Omega_{de}$  і рівнянням стану  $-1 \leq w_{de} < -1/3$ . Пилоподібну матерію за сучасними даними складає холодна темна матерія ( $\Omega_{cdm} \approx 0.21$ ) та звичайна баріонна речовина ( $\Omega_b \approx 0.05$ ). Здійснюється реконструкція скалярного поля із класичним лагранжіаном та лагранжіаном тахіонного поля на основі визначених зі спостережень значень космологічних параметрів.

## КОСМОЛОГІЧНА МОДЕЛЬ ТА РІВНЯННЯ СКАЛЯРНОГО ПОЛЯ

Вважаємо, що Всесвіт є однорідним та ізотропним, а метрика 4-простору має вигляд

$$ds^2 = g_{ij}dx^i dx^j = c^2 dt^2 - a^2(t) \left[ \frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2) \right], \quad (1)$$

де  $i, j = 0, 1, 2, 3$ ;  $\nu, \mu = 1, 2, 3$ . Значення  $k = +1, 0$  та  $-1$  відповідають геометріям 3-простору Рімана, Евкліда та Лобачевського, а множник  $a(t)$  є радіусом 3-сфери ( $k = +1$ ), 3-псевдосфери ( $k = -1$ ) або масштабним множником при  $k = 0$ . В останньому випадку його зручно нормувати на одиницю у сучасну епоху. Надалі ми покладатимемо  $c = 1$ , тому часова змінна  $t \equiv x_0$  матиме розмірність довжини.

Якщо такий Всесвіт заповнений пилоподібною матерією і темною енергією, то динаміка його розширення повністю описується рівняннями Айнштайніа

$$R_{ij} - \frac{1}{2}g_{ij}R = 8\pi G(T_{ij}^{(m)} + T_{ij}^{(de)}), \quad (2)$$

де  $R_{ij}$  — тензор Річчі 4-простору з фундаментальним метричним тензором  $g_{ij}$ , а  $T_{ij}^{(m)}$  і  $T_{ij}^{(de)}$  — тензори енергії-імпульсу матерії ( $m$ ) і темної енергії ( $de$ ). При відсутності взаємодії між ними (тільки гравітаційна) закон збереження енергії-імпульсу виконується для кожної складової:

$$T_{j;i}^{i(m)} = 0, \quad T_{j;i}^{i(de)} = 0, \quad (3)$$

(тут і далі ; $i$  означатиме коваріантну похідну по координаті з індексом  $i$  у просторі з метрикою  $g_{ij}$ ). У випадку ідеальних рідин з густинами  $\rho_{(m)}$ ,  $\rho_{(de)}$  та тисками  $p_{(m)}$ ,  $p_{(de)}$ , які пов'язані рівняннями стану  $p_{(m)} = w_{(m)} \rho_{(m)}$  та  $p_{(de)} = w_{(de)} \rho_{(de)}$ , з нього випливає, що

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_{(m)} &= -3 \frac{\dot{a}}{a} \rho_{(m)} (1 + w_{(m)}), \\ \dot{\rho}_{(de)} &= -3 \frac{\dot{a}}{a} \rho_{(de)} (1 + w_{(de)}), \end{aligned} \quad (4)$$

(тут і далі точкою позначено похідну по часу). Якщо  $w_{(m)}$  та  $w_{(de)}$  є сталими, то ці рівняння легко інтегруються і дають закон зміни густин із масштабним множником:

$$\begin{aligned} \rho_m &= \rho_m^{(0)} (a/a_0)^{-3}, \\ \rho_{de} &= \rho_{de}^{(0)} (a/a_0)^{-3(1+w_{de})}, \end{aligned} \quad (5)$$

де індексом «0» позначені величини, що відповідають нинішньому моменту часу. Вважаємо, що матерія є нерелятивістською, тому для неї покладено  $w_m = 0$ .

Нехай темна енергія описується скалярним полем  $\phi(\mathbf{x}, t)$  із класичним лагранжіаном

$$L = \frac{1}{2} \phi_{,i} \phi^{,i} - V(\phi), \quad (6)$$

де  $V(\phi)$  — густина потенціальної енергії, або потенціал поля.

Вважаємо, що в однорідному ізотропному Всесвіті, який розширяється, скалярне поле є однорідним ( $\phi(\mathbf{x}, t) = \phi(t)$ ), а тому його густина енергії та тиск залежать тільки від часу:

$$\begin{aligned} \rho_{de} &= \frac{1}{2} \dot{\phi}^2 + V(\phi), \\ p_{de} &= \frac{1}{2} \dot{\phi}^2 - V(\phi). \end{aligned} \quad (7)$$

Із закону збереження (3) випливає рівняння еволюції класичного скалярного поля

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} = -\frac{dV}{d\phi},$$

де  $H = \dot{a}/a$  — стала Габбла в довільний момент часу  $t$ .

Якщо лагранжіан скалярного поля має вигляд

$$L = -V(\phi) \sqrt{1 - \dot{\phi}^2}, \quad (8)$$

то таке поле називають тахіонним [17]. Густина енергії та тиск однорідного тахіонного поля визначаються з виразів

$$\begin{aligned} \rho_{de} &= \frac{V(\phi)}{\sqrt{1 - \dot{\phi}^2}}, \\ p_{de} &= -V(\phi) \sqrt{1 - \dot{\phi}^2}. \end{aligned} \quad (9)$$

З рівняння збереження (3) випливає рівняння для еволюції тахіонного поля:

$$\ddot{\phi} + (1 - \dot{\phi}^2) \left( \frac{1}{V} \frac{dV}{d\phi} + 3H\dot{\phi} \right) = 0.$$

Введемо безрозмірні густини  $\Omega_m$ ,  $\Omega_{de}$  та  $\Omega_k$ :

$$\Omega_m = \frac{\rho_m^{(0)}}{\rho_{cr}^{(0)}}, \quad \Omega_{de} = \frac{\rho_{de}^{(0)}}{\rho_{cr}^{(0)}}, \quad \Omega_k = -\frac{ka_0^{-2}}{H_0^2},$$

де  $\rho_{cr}^{(0)} = 3H_0^2/(8\pi G)$  — критична густина Всесвіту у сучасну епоху,  $ka_0^{-2}$  — кривина 3-простору. Тепер рівняння Айнштайн для моделі Всесвіту з пилоподібною матерією, темною енергією та кривиною приводяться до вигляду

$$H = H_0 \sqrt{\Omega_m(a_0/a)^3 + \Omega_k(a_0/a)^2 + \Omega_{de}(a_0/a)^{3(1+w_{de})}}, \quad (10)$$

$$q = \frac{1}{2} \frac{\Omega_m(a_0/a)^3 + (1 + 3w_{de})\Omega_{de}(a_0/a)^{3(1+w_{de})}}{\Omega_m(a_0/a)^3 + \Omega_k(a_0/a)^2 + \Omega_{de}(a_0/a)^{3(1+w_{de})}}, \quad (11)$$

де  $q = -\ddot{a}/(aH^2)$  — параметр прискорення у довільний момент часу  $t$ .

Перше рівняння, записане для сучасного моменту часу  $t_0$ , еквівалентне рівнянню  $\Omega_{de} + \Omega_m + \Omega_k = 1$ . Із другого випливає, що прискорене розширення ( $q < 0$ ) може відбуватися тільки при умові  $w_{de} < -1/3$ . На ранніх етапах еволюції Всесвіту при малих  $a$  завжди  $q > 0$ . Червоне зміщення  $z$ , при якому сповільнення змінюється на прискорення (момент, коли  $q = 0$ ), залежить від співвідношення густин матерії і темної енергії:

$$z_q = [-(1 + 3w_{de})\Omega_{de}/\Omega_m]^{-1/(3w_{de})} - 1.$$

Скалярне поле починає домінувати за густину ( $\rho_{de} \geq \rho_m$ ) при  $z_{de} = -(\Omega_{de}/\Omega_m)^{-1/(3w_{de})} - 1$ . Для скалярного поля із лагранжіаном (6), як кандидата на темну енергію, повинна виконуватися умова  $\dot{\phi}^2 < V(\phi)$ . Якщо  $\dot{\phi}^2 \ll V(\phi)$ , то матимемо  $w_{de} = -1$  — скалярне поле, аналогічне до космологічної сталої у рівняннях Айнштайн. Для поля із лагранжіаном (8) прискорене розширення відбувається при умові  $0 \leq \dot{\phi}^2 < 2/3$ . Скалярне поле із лагранжіаном (6), яке задовільняє умови  $\dot{\phi}^2 > 0$  та  $-1 \leq w_{de} < -1/3$ , називають квінтесенцією\*, а космологічні моделі з  $\Omega_{de} > \Omega_m > \Omega_b$  позначають QCDM. Далі цією абревіатурою ми позначатимемо обидві моделі скалярного поля (6) і (8).

Якщо величини  $H_0$ ,  $\Omega_m$ ,  $\Omega_{de}$ ,  $w_{de}$  визначені на основі спостережень динаміки розширення Всесвіту та флюктуацій температури реліктового випромінювання, то можна встановити вигляд функції  $V(\phi)$  та оцінити похибки її значень. Інтервали допустимих значень космологічних параметрів визначають також розкиди величин  $\phi$ ,  $q$  та ін. Надалі на графіках приводитимуться і отримані залежності, і межі їхніх можливих похибок (пунктирні криві).

Проведемо реконструкцію скалярного поля для космологічної моделі, параметри якої визначені за даними WMAP та інших проектів (<http://lambda.gsfc.nasa.gov/> product/map) (оптимальні значення та їхні

\* П'ятий елемент світобудови у древніх філософів, який утримував Місяць від падіння на Землю (перші чотири — земля, повітря, вогонь і вода)

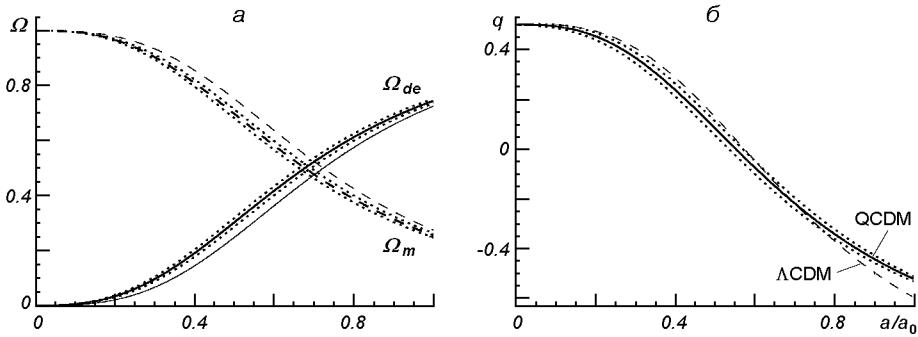


Рис. 1. а — Залежність густини темної енергії  $\Omega_{de} = \rho_{de}/\rho_{cr}$  (супільна лінія) та густини матерії  $\Omega_m = \rho_m/\rho_{cr}$  (штрихова лінія) від масштабного множника  $a$ ; тонкі лінії — за даними [1]. б — Залежність параметра прискорення  $q$  від масштабного множника  $a$  для QCDM- та  $\Lambda$ CDM-моделей. Тут і на всіх рисунках нижче пунктирними лініями показано залежності, отримані для крайніх значень космологічних параметрів, що відповідають межам довірчих інтервалів ( $\pm\sigma$ )

довірчі інтервали  $\pm\sigma$ ):

$$\Omega_{de} = 0.745^{+0.017}_{-0.017}, \quad w_{de} = -0.915^{+0.051}_{-0.051}, \quad (12)$$

$$\Omega_m = 0.255^{+0.017}_{-0.017}, \quad h = 0.7^{+0.016}_{-0.017},$$

де  $h \equiv H_0/(100 \text{ км} \cdot \text{с}^{-1} \text{Мпк}^{-1})$ . З рівняння (10) для сучасної епохи випливає, що  $\Omega_k = 0 \pm 0.034$ . На рис. 1, а зображені залежності величин  $\Omega_m(a) = \rho_m/\rho_{cr}$  та  $\Omega_{de}(a) = \rho_{de}/\rho_{cr}$  для оптимальних значень параметрів та їхніх значень на верхніх та нижніх межах довірчих інтервалів (12). Як видно, густина матерії дорівнює густині темної енергії на  $z_{de} \approx 0.48$  ( $a \approx 0.68$ ). З цього моменту розпочинається епоха домінування темної енергії за густину. Для порівняння показані відповідні залежності у  $\Lambda$ CDM-моделі з параметрами [1], в якій  $z_{de} \approx 0.38$  ( $a \approx 0.72$ ). Їхні майже однакові асимптотики при  $a \rightarrow 0$  вказують на те, що темна енергія з параметрами (12) не усуває проблему точного налаштування густин компонентів на кінець фазових переходів у ранньому Всесвіті [2]. На рис. 1, б показано залежність параметра прискорення  $q$  від  $a$  для середніх значень параметрів та межі її можливої варіації. Зміна знаку прискорення у QCDM-моделі відбувається на  $z_q \approx 0.81$  ( $a = 0.55$ ), у  $\Lambda$ CDM-моделі — на  $z_q \approx 0.74$  ( $a = 0.57$ ). У QCDM-моделі (12) основний вклад у розкид  $q$  при  $z \approx 0$  дає похибка величини  $w_{de}$ , а при  $z \approx z_q$  — похибка  $\Omega_m$ .

## ЕВОЛЮЦІЯ КВІНТЕСЕНЦІЇ

Для заданих значень  $\Omega_m$ ,  $\Omega_{de}$ ,  $w_{de}$  і  $H_0$  за допомогою (7) та (10) можна знайти залежності скалярного поля  $\phi$  та його потенціалу  $V$  від часу або масштабного множника  $a$ :

$$= \pm \sqrt{\frac{3}{8\pi G}(1 + w_{de})} \int_1^{a/a_0} \frac{dy}{y} \sqrt{\frac{\Omega_{de} y^{-3w_{de}}}{1 - \Omega_k - \Omega_{de} + \Omega_k y + \Omega_{de} y^{-3w_{de}}}}, \quad (13)$$

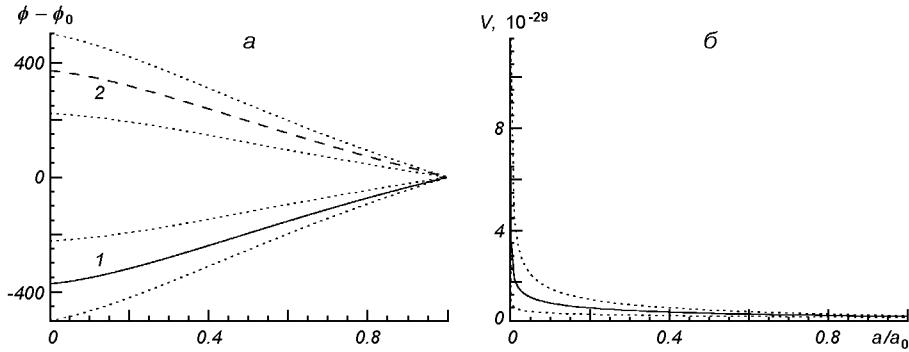


Рис. 2. Залежність  $\phi$  (1 — зростаюче поле, 2 — спадне поле) та потенціалу  $V$  квінтесенції від масштабного множника  $a$

$$V(a) = \frac{3H_0^2}{8\pi G} \Omega_{de} \frac{1 - w_{de}}{2} \left( \frac{a_0}{a} \right)^{3(1+w_{de})}, \quad (14)$$

де  $\phi_0 = \phi(a_0)$ . Верхній знак відповідає зростаючому з часом полю, нижній — спадному. Аналогічні залежності для випадку зростаючого поля приведені у роботах [13, 17, 26, 29].

Рис. 2 зображає залежності  $\phi(a)$  та  $V(a)$  при значеннях параметрів (12). Виявлено, що при малих  $a$  великий розкид потенціалу спричиняється невизначеністю параметра  $w_{de}$ , а при  $a \sim a_0$  суттєвим стає розкид, пов’язаний з невизначеністю  $H_0$ . Невизначеність  $w_{de}$  має також великий вплив на розкид значень  $\phi$ .

При  $a \rightarrow 0$  потенціал  $V$  і величина  $\dot{\phi}^2$  одночасно прямують до нескінченості; при цьому  $w_{de} = (0.5\dot{\phi}^2 - V)/(0.5\dot{\phi}^2 + V) = \text{const}$ . Очевидно, що для  $\dot{\phi}$  найбільший розкид значень зумовлюється невизначеністю  $w_{de}$ . Знаючи  $\phi(a)$  та  $V(a)$ , можна представити потенціал у вигляді параметричної кривої  $(\phi(a), V(a))$ , однак у випадку плоскої моделі ( $\Omega_k = 0$ ) нескладно знайти залежність  $V(\phi)$  у явному вигляді. Справді, для моделі лише з двома компонентами — нерелятивістською матерією та темною енергією з  $w_{de} = \text{const}$  — інтеграл у (13) записується через елементарні функції:

$$\begin{aligned} \phi(a) - \phi_0 &= \\ &= \pm \sqrt{\frac{3}{8\pi G}} \frac{\sqrt{1+w_{de}}}{3w_{de}} \ln \left( \frac{\sqrt{(1-\Omega_{de})(a/a_0)^{3w_{de}} + \Omega_{de}} - \sqrt{\Omega_{de}}}{\sqrt{(1-\Omega_{de})(a/a_0)^{3w_{de}} + \Omega_{de}} + \sqrt{\Omega_{de}}} \frac{1 + \sqrt{\Omega_{de}}}{1 - \sqrt{\Omega_{de}}} \right). \end{aligned} \quad (15)$$

Виражаючи звідси  $a$ , легко бачити, що

$$\begin{aligned} V(\phi - \phi_0) &= \frac{3H_0^2}{8\pi G} \Omega_{de} \frac{1 - w_{de}}{2} \left[ \operatorname{ch} \left( \sqrt{6\pi G} \frac{w_{de}(\phi - \phi_0)}{\sqrt{1+w_{de}}} \right) \mp \right. \\ &\quad \left. \mp \frac{1}{\sqrt{\Omega_{de}}} \operatorname{sh} \left( \sqrt{6\pi G} \frac{w_{de}(\phi - \phi_0)}{\sqrt{1+w_{de}}} \right) \right]^{2\frac{1+w_{de}}{w_{de}}}. \end{aligned} \quad (16)$$

Таким чином, на теперішній момент часу у такому Всесвіті домінує

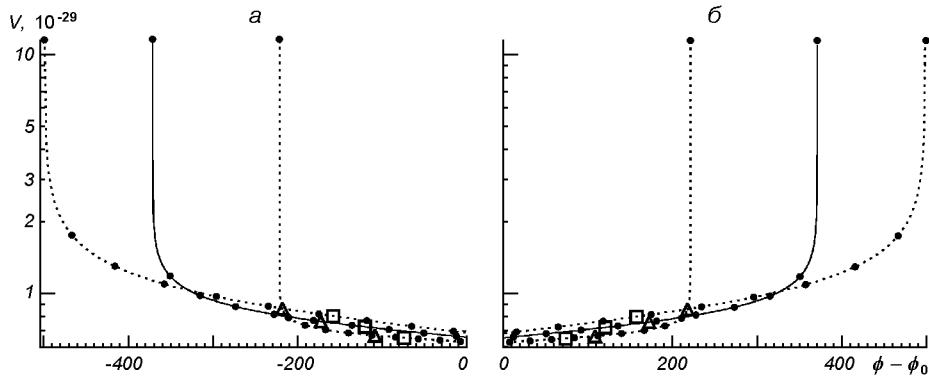


Рис. 3. «Скочування» скалярного поля  $V(\phi)$  із лагранжіаном (6), яке зумовлює прискорене розширення Всесвіту (*a* — зростаюче з часом поле, *b* — спадне). Час відкладено вздовж кривих точками з інтервалом  $0.1a_0$  зверху донизу (від  $t \approx 0$  до сучасного моменту). Трикутники — моменти зміни знаку прискорення розширення ( $z_q$ ), квадратики — моменти рівності густини матерії і темної енергії ( $z_{de}$ )

класичне скалярне поле з потенціалом (16). Аналогічний вираз (для зростаючого поля) був отриманий також у роботі [26].

При  $a \rightarrow 0$  поле  $\phi(a)$  прямує до скінченної величини  $\phi_{a=0}$ :

$$\phi_{a=0} - \phi_0 = \pm \sqrt{\frac{3}{8\pi G}} \frac{\sqrt{1+w_{de}}}{3w_{de}} \ln \left( \frac{1+\sqrt{\Omega_{de}}}{1-\sqrt{\Omega_{de}}} \right),$$

а потенціал  $V$  прямує до нескінченості.

У випадку ненульової кривини 3-простору ( $\Omega_k \neq 0$ ) інтеграл у виразі для скалярного поля (13) вже не вдається обчислити аналітично. Однак, враховуючи малість величини  $\Omega_k$ , представимо його у вигляді

$$\phi(a) - \phi_0 = [\phi(a) - \phi_0]_{(k=0)} + \Delta_k^{quin}(a), \quad (17)$$

де  $[\phi(a) - \phi_0]_{(k=0)}$  — це вираз (15), а  $\Delta_k^{quin}$  — лінійна за  $\Omega_k$  поправка:

$$\begin{aligned} \Delta_k^{quin}(a) = & \mp \sqrt{\frac{3}{8\pi G}} \frac{\sqrt{1+w_{de}}}{2-3w_{de}} \frac{\Omega_k \Omega_{de}^{1/2}}{(1-\Omega_{de})^{3/2}} \times \\ & \times \left[ \left( \frac{a}{a_0} \right)^{\frac{2-3w_{de}}{2}} {}_2F_1 \left( \frac{3}{2}, \frac{1}{2} - \frac{1}{3w_{de}}; \frac{3}{2} - \frac{1}{3w_{de}}; - \frac{\Omega_{de}}{1-\Omega_{de}} \left( \frac{a_0}{a} \right)^{3w_{de}} \right) - \right. \\ & \left. - {}_2F_1 \left( \frac{3}{2}, \frac{1}{2} - \frac{1}{3w_{de}}; \frac{3}{2} - \frac{1}{3w_{de}}; - \frac{\Omega_{de}}{1-\Omega_{de}} \right) \right]. \end{aligned}$$

Тут  ${}_2F_1(a, b; c; z) \equiv F(a, b; c; z)$  — гіпергеометрична функція аргумента  $z$  з параметрами  $a, b, c$  [4].

Очевидно, що тепер не можна обернути залежність  $\phi - \phi_0$  від  $a$  і отримати явну залежність  $V$  від  $\phi - \phi_0$ , однак обернена залежність  $\phi - \phi_0$  від  $V$  записується без труднощів.

Порівняння обчислених значень інтеграла (13) та лінійного за кривиною наближення (17) показує, що відносна похибка даного наближення не перевищує 0.08 % для значень  $\Omega_k$  на межах довірчих інтервалів (12).

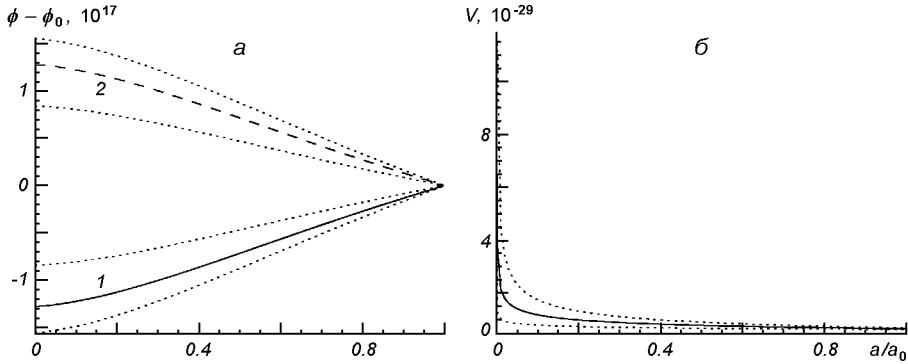


Рис. 4. Залежність  $\phi$  (1 — зростаюче поле, 2 — спадне поле) та потенціалу  $V$  тахіонного поля від масштабного множника  $a$

На рис. 3 зображені залежності  $V(\phi)$  для оптимальних значень параметрів  $w_{de}$ ,  $\Omega_m$ ,  $\Omega_{de}$  та  $H_0$ , а також їхніх значень на верхній та нижній межі довірчих інтервалів. Бачимо, що є два рівноправні потенціали, симетричні відносно  $\phi - \phi_0 = 0$ . Час відкладено вздовж кривих точками з інтервалом  $0.1a_0$  зверху донизу (від  $t \approx 0$  до сучасного моменту). Судячи з вигляду кривих, ми маємо справу із фазовим переходом — «скочуванням» поля  $\phi$  у мінімум  $V(\phi) = 0$ , якому відповідає  $\phi \rightarrow \pm\infty$  при  $a \rightarrow \infty$ . Встановлено, що при  $\phi(a \approx 0)$  найбільшою є різниця між кривими з різними значеннями  $w_{de}$ , в той час як при  $\phi(a \sim a_0)$  похибки величини  $V(\phi)$  значною мірою зумовлені похибками визначення величини  $H_0$ .

#### ЕВОЛЮЦІЯ ТАХІОННОГО ПОЛЯ

Для скалярного поля із лагранжіаном (8)  $w_{de} = \dot{\phi}^2 - 1$  і для випадку  $w_{de} = \text{const}$  отримуємо, що зміна тахіонного поля прямо пропорційна часовому інтервалу ( $\phi - \phi_0 = \pm\sqrt{1+w_{de}}(t - t_0)$ ). Зручним, однак, є представлення поля  $\phi$  і потенціалу  $V$  у вигляді функцій масштабного множника  $a$  або червоного зміщення  $z$ . Для заданих значень  $\Omega_{de}$ ,  $\Omega_m$ ,  $w_{de} = \text{const}$  та  $H_0$  з допомогою (9) та (10) знаходимо залежності  $\phi$  та  $V$  від масштабного множника  $a$ :

$$\phi(a) - \phi_0 = \pm \frac{\sqrt{1+w_{de}}}{H_0} \int_1^{a/a_0} \frac{dy \sqrt{y}}{\sqrt{1 - \Omega_k - \Omega_{de} + \Omega_k y + \Omega_{de} y^{-3w_{de}}}}, \quad (18)$$

$$V(a) = \frac{3H_0^2}{8\pi G} \sqrt{-w_{de}} \Omega_{de} \left( \frac{a_0}{a} \right)^{3(1+w_{de})}. \quad (19)$$

Аналогічні залежності для зростаючого поля приведені також у роботах [7, 17].

На рис. 4 зображено криві  $\phi(a)$  і  $V(a)$  для оптимальних значень космологічних параметрів та межі їхнього розкиду. Аналіз показав, що при малих  $a$  великий розкид потенціалу  $V$  спричиняється невизначеністю параметра  $w_{de}$ , а при  $a \sim a_0$  суттєвим стає розкид, пов'язаний з невизна-

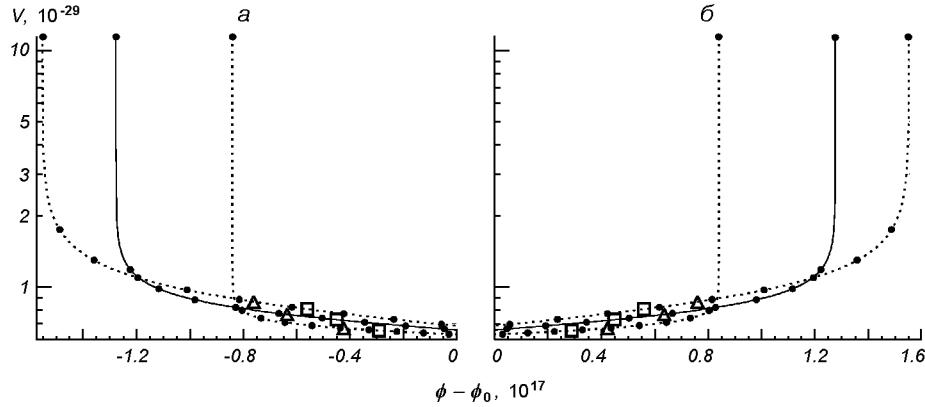


Рис. 5. «Скочування» тахіонного поля  $V(\phi)$ , яке зумовлює прискорене розширення Всесвіту ( $a$  — зростаюче з часом поле,  $b$  — спадне). Час відкладено вздовж кривих точками з інтервалом  $0.1a_0$  зверху донизу (від  $t \approx 0$  до сучасного моменту). Трикутники — моменти зміни знаку прискорення розширення ( $z_q$ ), квадратики — моменти рівності густини матерії і темної енергії ( $z_{de}$ )

ченістю  $H_0$ . Невизначеність  $w_{de}$  має також великий вплив на розкид значень тахіонного поля  $\phi$ .

У випадку  $\Omega_k = 0$  можна отримати залежність  $\phi(V)$ :

$$\begin{aligned} \phi(V) - \phi_0 = & \pm \frac{2}{3H_0} \frac{\sqrt{1+w_{de}}}{\sqrt{1-\Omega_{de}}} \left[ \left( \frac{3H_0^2}{8\pi G} \frac{\sqrt{-w_{de}} \Omega_{de}}{V} \right)^{\frac{1}{2(1+w_{de})}} \times \right. \\ & \times {}_2F_1 \left( \frac{1}{2}, -\frac{1}{2w_{de}}; 1 - \frac{1}{2w_{de}}; -\left( \frac{3H_0^2}{8\pi G} \right)^{\frac{w_{de}}{1+w_{de}}} \frac{\Omega_{de}^{1/(1+w_{de})}}{1-\Omega_{de}} \frac{V^{w_{de}/(1+w_{de})}}{(-w_{de})^{w_{de}/[2(1+w_{de})]}} \right) - \\ & \left. - {}_2F_1 \left( \frac{1}{2}, -\frac{1}{2w_{de}}; 1 - \frac{1}{2w_{de}}; -\frac{\Omega_{de}}{1-\Omega_{de}} \right) \right]. \end{aligned} \quad (20)$$

При  $a \rightarrow 0$  поле  $\phi$  прямує до скінченного значення  $\phi_{a=0}$ :

$$\phi_{a=0} - \phi_0 = \mp \frac{2}{3H_0} \sqrt{\frac{1+w_{de}}{1-\Omega_{de}}} {}_2F_1 \left( \frac{1}{2}, -\frac{1}{2w_{de}}; 1 - \frac{1}{2w_{de}}; -\frac{\Omega_{de}}{1-\Omega_{de}} \right).$$

У випадку  $\Omega_k \neq 0$  інтеграл у (18) обчислити аналітично не вдається, тому, як і раніше, запишемо

$$\phi(V) - \phi_0 = [\phi(V) - \phi_0]_{(k=0)} + \Delta_k^{tach}(V), \quad (21)$$

де  $[\phi(V) - \phi_0]_{(k=0)}$  — це вираз (20) для плоскої моделі, а лінійна за  $\Omega_k$  поправка дорівнює

$$\begin{aligned} \Delta_k^{tach}(V) = & \mp \frac{1}{5H_0} \frac{\Omega_k}{1-\Omega_{de}} \sqrt{\frac{1+w_{de}}{1-\Omega_{de}}} \left[ \left( \frac{3H_0^2}{8\pi G} \frac{\sqrt{-w_{de}} \Omega_{de}}{V} \right)^{\frac{5}{6(1+w_{de})}} \times \right. \\ & \times {}_2F_1 \left( \frac{3}{2}, -\frac{5}{6w_{de}}; 1 - \frac{5}{6w_{de}}; -\left( \frac{3H_0^2}{8\pi G} \right)^{\frac{w_{de}}{1+w_{de}}} \frac{\Omega_{de}^{1/(1+w_{de})}}{1-\Omega_{de}} \frac{V^{w_{de}/(1+w_{de})}}{(-w_{de})^{w_{de}/[2(1+w_{de})]}} \right) - \\ & \left. - {}_2F_1 \left( \frac{3}{2}, -\frac{5}{6w_{de}}; 1 - \frac{5}{6w_{de}}; -\frac{\Omega_{de}}{1-\Omega_{de}} \right) \right]. \end{aligned}$$

Порівнюючи числові значення виразів (18) і (21), бачимо, що і для тахіонного поля відносна похибка лінійного за кривиною наближення не перевищує 0.08 % на межах довірчих інтервалів (12).

Рис. 5 представляє залежності  $V(\phi - \phi_0)$  тахіонного поля для оптимальних значень параметрів  $w_{de}$ ,  $\Omega_m$ ,  $\Omega_{de}$  та  $H_0$  та на межах довірчих інтервалів (12). У цьому випадку також існують два рівноправні потенціали, симетричні відносно  $\phi - \phi_0 = 0$ . Судячи з виду кривих, тут ми теж маємо справу із фазовим переходом — скочуванням поля  $\phi$  у мінімум  $V(\phi) = 0$ , якому відповідає  $\phi \rightarrow \pm\infty$  при  $a \rightarrow \infty$ . Встановлено, що при  $\phi(a \approx 0)$ , як і у випадку класичного скалярного поля, найбільшою є різниця між кривими з різними значеннями  $w_{de}$ , в той час як при  $\phi(a \sim a_0)$  важливою також є похибка визначення  $H_0$ .

### ГОРИЗОНТ ЧАСТИНКИ ТА ГОРИЗОНТ ПОДІЙ

Обговоримо тепер питання про доступну для спостережень область Всесвіту. Причинно-зв'язану область, яку спостерігач у принципі може бачити в даний момент часу, окреслює радіус горизонту частинки  $R_p$ . З рівняння твірних світлового конусу  $ds^2 = 0$ , вздовж яких поширюється світло, випливає наступний вираз для швидкості зміни координати  $r$  світлового фронту у метриці (1) при  $\varphi = \theta = \text{const}$ :

$$\frac{dr}{dt} = \frac{\sqrt{1 - kr^2}}{a(t)},$$

а фізична відстань, пройдена світлом від моменту Великого вибуху  $t = 0$  до моменту часу  $t$  (радіус горизонту частинки), дорівнює

$$R_p(t) = a(t) \int_0^{r(t)} \frac{dr}{\sqrt{1 - kr^2}} = a(t) \int_0^t \frac{dt'}{a(t')} = a \int_0^a \frac{da'}{a'^2 H(a')}.$$

Горизонт подій обмежує область, з якої до нас за всю майбутню історію світу (до  $t = \infty$ ) може прийти інформація про події, які відбуваються там у момент часу  $t$ :

$$R_e(t) = a(t) \int_t^\infty \frac{dt'}{a(t')} = a \int_0^\infty \frac{da'}{a'^2 H(a')} - R_p(a).$$

Для моделі, що розглядається, ці залежності набувають вигляду

$$R_p(a) = \frac{a}{a_0 H_0} \int_0^{a/a_0} \frac{dy}{\sqrt{y} \sqrt{1 - \Omega_k - \Omega_{de} + \Omega_k y + \Omega_{de} y^{-3w_{de}}}}, \quad (22)$$

$$R_e(a) = \frac{a}{a_0 H_0} \int_0^\infty \frac{dy}{\sqrt{y} \sqrt{1 - \Omega_k - \Omega_{de} + \Omega_k y + \Omega_{de} y^{-3w_{de}}}} - R_p(a). \quad (23)$$

Для плоского 3-простору отримуємо відповідні вирази

$$\begin{aligned} R_p &= \frac{2(a/a_0)^{3/2}}{H_0 \sqrt{1 - \Omega_{de}}} {}_2F_1\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{6w_{de}}; 1 - \frac{1}{6w_{de}}; -\frac{\Omega_{de}}{1 - \Omega_{de}} (a_0/a)^{3w_{de}}\right), \\ R_e &= -\frac{a/a_0}{3H_0 \sqrt{(1 - \Omega_{de})\pi w_{de}}} \left(\frac{\Omega_{de}}{1 - \Omega_{de}}\right)^{\frac{1}{6w_{de}}} \Gamma\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{6w_{de}}\right) \Gamma\left(-\frac{1}{6w_{de}}\right) - \\ &\quad - \frac{2(a/a_0)^{3/2}}{H_0 \sqrt{1 - \Omega_{de}}} {}_2F_1\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{6w_{de}}; 1 - \frac{1}{6w_{de}}; -\frac{\Omega_{de}}{1 - \Omega_{de}} (a_0/a)^{3w_{de}}\right). \end{aligned}$$

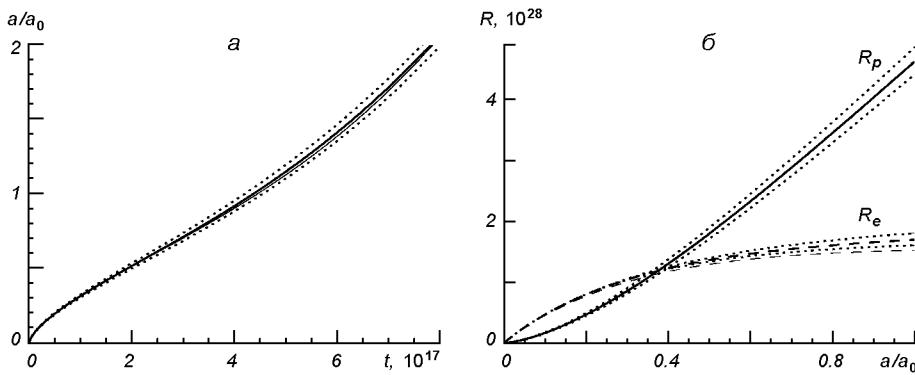


Рис. 6. Залежність масштабного множника  $a$  від часу  $t$  (а) та радіусів горизонту частинки  $R_p$  і горизонту подій  $R_e$  від масштабного множника  $a$  (б). Тонкими лініями для порівняння показано відповідні залежності у  $\Lambda$ CDM-моделі

Оскільки при  $\Omega_k \neq 0$  інтеграли (22) та (23) аналітично обчислити не вдається, діємо так само, як у випадку полів:

$$R_p = R_{p(k=0)} + \Delta_k^p, \quad (24)$$

$$R_e = R_{e(k=0)} + \Delta_k^e, \quad (25)$$

де  $R_{p(k=0)}$  та  $R_{e(k=0)}$  — вирази для випадку  $\Omega_k = 0$ , а лінійні за кривиною поправки мають такий вигляд:

$$\begin{aligned} \Delta_k^p &= -\frac{(a/a_0)^{5/2}\Omega_k}{3H_0(1-\Omega_{de})^{3/2}} {}_2F_1\left(\frac{3}{2}, -\frac{1}{2w_{de}}; 1-\frac{1}{2w_{de}}; -\frac{\Omega_{de}}{1-\Omega_{de}}(a_0/a)^{3w_{de}}\right), \\ \Delta_k^e &= \frac{(a/a_0)\Omega_k}{3H_0w_{de}\sqrt{\pi}(1-\Omega_{de})^{3/2}} \left(\frac{\Omega_{de}}{1-\Omega_{de}}\right)^{\frac{1}{2w_{de}}} \Gamma\left(-\frac{1}{2w_{de}}\right) \Gamma\left(\frac{3}{2} + \frac{1}{2w_{de}}\right) + \\ &\quad + \frac{(a/a_0)^{5/2}\Omega_k}{3H_0(1-\Omega_{de})^{3/2}} {}_2F_1\left(\frac{3}{2}, -\frac{1}{2w_{de}}; 1-\frac{1}{2w_{de}}; -\frac{\Omega_{de}}{1-\Omega_{de}}(a_0/a)^{3w_{de}}\right). \end{aligned}$$

Порівняння результатів обчислення (22) і (23) з (24) і (25) показує, що у лінійному за  $\Omega_k$  наближенні відносна похибка не перевищує 0.04 % для горизонту частинки і 0.05 % для горизонту подій для значень космологічних параметрів на межах довірчих інтервалів (12).

На рис. 6, б подано залежності  $R_p(a)$  та  $R_e(a)$  для оптимальних значень космологічних параметрів та їхні похибки. Основний вклад у розкид значень радіуса горизонту частинки дають невизначеності сталої Габбла та густини матерії, а для горизонту подій основний внесок у розкид дає невизначеність  $w_{de}$ . Для порівняння тонкими лініями показані відповідні залежності у  $\Lambda$ CDM-моделі (лінії  $R_p(a)$  обох моделей практично не відрізняються).

Той факт, що горизонт подій у нинішню епоху є меншим за горизонт частинки, вказує на те, що фактичний розмір спостережуваної на сьогоднішній день частини Всесвіту, що визначається величиною  $R_p(a)$ , насправді відповідає більш раннім моментам часу, коли дана область перебувала всередині горизонту подій (на рис. 6 область з  $a \leq 0.35$ , або  $z \geq 1.86$ ).

Розглянемо еволюцію масштабного множника з часом. Очевидно, що

$$t = \int_0^a \frac{da'}{a'H(a')} = \frac{1}{H_0} \int_0^{a/a_0} \frac{dy\sqrt{y}}{\sqrt{1 - \Omega_k - \Omega_{de} + \Omega_k y + \Omega_{de} y^{-3w_{de}}}}. \quad (26)$$

У випадку нульової кривини 3-простору можна записати явну залежність  $t(a)$ :

$$t = \frac{2(a/a_0)^{3/2}}{3\sqrt{1 - \Omega_{de}}H_0} {}_2F_1\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2w_{de}}; 1 - \frac{1}{2w_{de}}; -\frac{\Omega_{de}}{1 - \Omega_{de}}(a_0/a)^{3w_{de}}\right). \quad (27)$$

Для  $\Omega_k \neq 0$  вираз (26) аналітично не представляється. В цьому випадку запишемо його у вигляді суми

$$t = t_{(k=0)} + \Delta_k^t, \quad (28)$$

де  $t_{(k=0)}$  — точний вираз (27) у плоскій моделі, а  $\Delta_k^t$  — лінійна за  $\Omega_k$  поправка:

$$\Delta_k^t = -\frac{(a/a_0)^{5/2}\Omega_k}{5H_0(1 - \Omega_{de})^{3/2}} {}_2F_1\left(\frac{3}{2}, -\frac{5}{6w_{de}}; 1 - \frac{5}{6w_{de}}; -\frac{\Omega_{de}}{1 - \Omega_{de}}(a_0/a)^{3w_{de}}\right).$$

Порівнюючи лінійне наближення із числовими значеннями виразу (26), бачимо, що у цьому випадку відносна похибка не перевищує 0.07 % для значень космологічних параметрів на межах довірчих інтервалів (12).

На рис. 6, а зображено залежність масштабного множника від часу. Найбільший розкид при  $a \geq 0.5a_0$  обумовлений невизначеністю  $H_0$ . Неважко побачити, що при малих  $t$  масштабний множник збільшується за степеневим законом  $a \sim t^{2/3}$  (розширення зі сповільненням), тоді як пізніше (при  $t \approx 2 \cdot 10^{17}$  с) відбувається перехід до експоненційного розширення із прискоренням:  $a \sim e^{Ht}$ .

Як видно із рис. 6, у ранньому Всесвіті ( $a \leq 0.35$ ,  $z \geq 1.86$ ) горизонт подій більший, ніж горизонт частинки як у  $\Lambda$ CDM-, так і в QCDM-моделі. Але у пізніші епохи ( $a \geq 0.35$ ,  $z \leq 1.86$ )  $R_p(a) \geq R_e(a)$ . У сучасну епоху ( $t_0 \approx 14$  млрд років)  $R_p^{(0)} \approx 15$  Гпк,  $R_e \approx 5.5$  Гпк. Для порівняння: у QCDM-моделі з параметрами (12) відстань до квазарів із  $z = 2$  становить приблизно 5.3 Гпк, а до сфери останнього розсіювання реліктового випромінювання — 14.5 Гпк. Це означає, що події, які відбуваються на гіперповерхні постійного часу  $t = t_0$  на відстані  $R > R_e$ , ніколи не будуть спостерігатися на Землі. Іншими словами, квазари із  $z \geq 2$  випустили кванти світла, які ми реєструємо сьогодні, коли вік Всесвіту (та їхній вік) становив  $t \leq 3.5$  млрд років. Коли у далекому майбутньому земні астрономи вивчатимуть об'єкти, що будуть знаходитися на гіперповерхні постійного часу  $t = t_0$ , «сьогоднішні» квазари із  $z > 2$  уже вийдуть за межі горизонту частинки і більше ніколи неувійдуть в нього.

#### СПЕКТРИ ПОТУЖНОСТІ ФЛУКТУАЦІЙ ТЕМПЕРАТУРИ РЕЛІКТОВОГО ВИПРОМІНЮВАННЯ ТА ГУСТИНИ РЕЧОВИНИ

Ми аналізували властивості квінтесенції і тахіонного поля для значень космологічних параметрів, встановлених на основі спостережних даних про спектр потужності флуктуацій температури реліктового випромінювання, спектр потужності неоднорідностей у просторовому розподілі галактик та динаміку розширення Всесвіту.

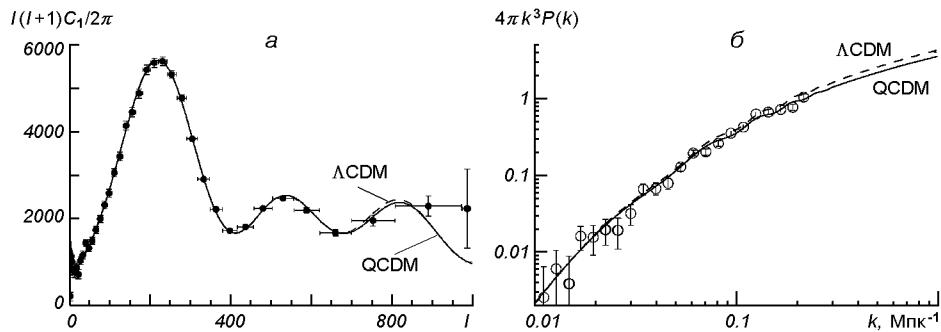


Рис. 7. Спектри потужності флюктуацій температури реліктового випромінювання (а) та густини речовини (б) в моделях Всесвіту з темною енергією: квінтесенція (суцільна лінія), космологічна стала (штрихова)

На рис. 7 приведено спостережувані (кружки) та розраховані спектри потужності для моделей із темною енергією — скалярним полем (6), (8) і холодною темною матерією (QCDM) та космологічною сталовою і холодною темною матерією ( $\Lambda$ CDM) для порівняння. Параметри QCDM-моделі ми взяли із сайту <http://lambda.gsfc.nasa.gov/product/map> ( $\Omega_{de} = 0.745 \pm 0.017$ ,  $w_{de} = -0.915 \pm 0.051$ ,  $\Omega_m = 0.255 \pm 0.017$ ,  $\Omega_b h^2 = 0.02198 \pm 0.017$ ,  $h = 0.7 \pm 0.017$ ,  $\sigma_8 = 0.711 \pm 0.04$ ,  $n_s = 0.942 \pm 0.016$ ), а параметри  $\Lambda$ CDM-моделі — із роботи [1] ( $\Omega_\Lambda = 0.736 \pm 0.065$ ,  $\Omega_m = 0.278 \pm 0.080$ ,  $\Omega_b = 0.05 \pm 0.011$ ,  $h = 0.68 \pm 0.09$ ,  $\sigma_8 = 0.73 \pm 0.08$ ,  $n_s = 0.96 \pm 0.015$ ). Як бачимо, лінії спектрів потужності флюктуацій температури реліктового випромінювання в QCDM- та  $\Lambda$ CDM-моделях практично наклалися і добре апроксимують спостережні дані, отримані в експерименті WMAP [15]. Найбільша різниця — в області 3-го акустичного піка,  $l \sim 700$ —800. Близькість модельних спектрів до спостережуваного спектру характеризує величина  $\chi^2$ : для QCDM-моделі  $\chi^2 = 35.0$ , для  $\Lambda$ CDM-моделі  $\chi^2 = 37.2$ . Для 39 спостережуваних точок така різниця є незначною, але вказує на те, що QCDM-модель із приведеними параметрами дещо близьча до моделі спостережуваного Всесвіту. Вища точність вимірювань спектру потужності флюктуацій температури реліктового випромінювання в області 3-го акустичного піку, яка очікується у запланованому експерименті PLANCK, очевидно, дасть можливість зробити впевнений вибір на користь  $\Lambda$ CDM- чи QCDM-моделі. Подібна ситуація із спектрами потужності збурень густини речовини. Кружками на рис. 7, б показано спектр потужності збурень концентрації галактик із цифрового огляду неба SDSS [30]. Спектри потужності збурень густини речовини у  $\Lambda$ CDM- та QCDM-моделях пов'язані із ним простим співвідношенням:  $P_{SDSS}(k) = b^2 P(k)$ , де  $b$  — параметр зміщення, який визначався методом мінімізації  $\chi^2$ . У  $\Lambda$ CDM-моделі  $b = 1.2$  при  $\chi^2_{\min} = 25.1$ , у QCDM-моделі  $b = 1.3$  при  $\chi^2_{\min} = 24.0$ . Для 22 спостережуваних точок різниця  $\chi^2_{\min}$  у двох моделях є малозначущою.

Таким чином, QCDM-модель трохи краще узгоджується із спостережними даними, ніж  $\Lambda$ CDM-модель, але різниця за критерієм  $\chi^2_{\min}$  є незначною.

## ВИСНОВКИ

На рис. 1—6 показано, що динаміка розширення Всесвіту та його горизонти практично однакові в  $\Lambda$ CDM- і QCDM-моделях з параметрами, визначеними на основі одного і того ж набору спостережних даних. Відмінності відповідних величин у  $\Lambda$ CDM- і QCDM-моделях у всій доступній для спостережень області Всесвіту сумірні із розкидами, зумовленими експериментальними похибками. На червоних зміщеннях  $z > 5$  динаміка розширення Всесвіту стає такою ж, як у стандартній CDM-моделі:  $\Omega_m = 1$ ,  $q = 1/2$ . Це означає, що для встановлення причини прискореного розширення Всесвіту (космологічна стала чи темна енергія) похибки спостережень необхідно зменшити приблизно на порядок. У роботі показано також, що скалярне поле — квінтесенція та тахіонне поле за своїми космологічними проявами можуть бути цілком однаковими. Прискорене розширення Всесвіту у цих моделях темної енергії зумовлене повільним скочуванням поля  $\phi$  у мінімум  $V \rightarrow 0$  при  $\phi \rightarrow \pm\infty$  (рис. 3, 5). В обох моделях різниця  $\phi - \phi_0$  є скінченою при  $a \rightarrow 0$ , але  $V(a \rightarrow 0) \rightarrow \infty$ . Для QCDM-моделі Всесвіту із параметрами (12) розраховано еволюцію обох полів (рис. 2, 4). Квінтесенція у цій моделі має такі властивості:  $V(a) = 3695(a_0/a)^{0.255}$  еВ/см<sup>3</sup>,  $\dot{\phi}^2/V = 0.0888$ , а тахіонне поле —  $V(a) = 3691(a_0/a)^{0.255}$  еВ/см<sup>3</sup>,  $\dot{\phi}^2 = 0.085$ . Вік Всесвіту у QCDM-моделі становить  $t_0 \approx 14$  млрд років, сучасний горизонт частинки  $R_p \approx 15$  Гпк, горизонт подій  $R_e \approx 5.5$  Гпк.

Автори вдячні Ю. Кулінічу за корисне обговорення.

Робота виконана в рамках держбюджетної теми МОН України «Лінійна та нелінійна стадія розвитку космологічних збурень у моделях багатокомпонентного Всесвіту з темною енергією» (державний реєстраційний номер 0107U002062) та за підтримки цільової програми наукових досліджень НАН України «Дослідження структури та складу Всесвіту, прихованої маси і темної енергії (Космомікрофізика)» (державний реєстраційний номер 0107U007279).

1. Апуневич С., Венглювська Б., Кулініч Ю., Новосядлій Б. WMAP-2006: космологічні параметри і великомасштабна структура Всесвіту // Кінематика і фізика небес. тел.—2007.—23, № 2.—С. 67—82.
2. Лінде А. Фізика елементарних частиц і космологія. — М.: Нauка, 1990.—276 с.
3. Новосядлій Б. Формування великомасштабної структури Всесвіту: теорія і спостереження // Журн. фіз. досліджень.—2007.—11, № 2.—С. 226—257.
4. Справочник по спеціальним функціям / Под ред. М. Абрамовиця, И. Стиган. — М.: Нauка, 1979.—830 с.
5. Astier P., Guy J., Regnault N., et al. SNLS: measurement of  $\Omega_M$ ,  $\Omega_\Lambda$  and  $w$  from the first year data set // Amer. Astron. Soc.—2005.—37.—P. 1176.
6. Astier P., Regnault N., Pain R., et al. The Supernova Legacy Survey: measurement of  $\Omega_m$ ,  $\Omega_\Lambda$  and  $w$  from the first year data set // Astron. and Astrophys.—2006.—447, N 1.—P. 31—48.
7. Bagla J. S., Jassal H. K., Padmanabhan T. Cosmology with tachyon field as dark energy // Phys. Rev. D.—67.—id. 063504.
8. Bennett C. L., Halpern M., Hinshaw G., et al. First-year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) observations: preliminary maps and basic results // Astrophys. J. Suppl. Ser.—2003.—148, N 1.—P. 1—28.
9. Bludman S. Cosmological acceleration: dark energy or modified gravity? // astro-ph/0605198.
10. Carroll S. M. The cosmological constant // Living Rev. Rel.—2001.—4.—P. 1—78.
11. Copeland E. J., Sami M., Tsujikawa S. Dynamics of dark energy // Int. J. Mod. Phys. D.—2006.—15, N 11.—P. 1753—1935.
12. de Bernardis P., Ade P. A. R., Bock J. J., et al. A flat Universe from high-resolution maps of the cosmic microwave background radiation // Nature.—2000.—404, N 6781.—P. 995—999.

13. *Ellis G. F. R., Madsen M. S.* Exact scalar field cosmologies // Classical Quantum Gravity.—1991.—8, N 4.—P. 667—676.
14. *Hanany S., Ade P., Balbi A., et al.* MAXIMA-1: a measurement of cosmic microwave background on angular scales of  $10' - 5^\circ$  // *Astrophys. J.*—2000.—545, N 1.—P. L5—L9.
15. *Hinshaw G., Nolta M. R., Bennett C. L., et al.* Three-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) observations: Temperature analysis // *Astrophys. J. Suppl. Ser.*—2007.—170, N 2.—P. 288—334.
16. *Netterfield C. B., Ade P. A. R., Bock J. J., et al.* A measurement by BOOMERANG of multiple peaks in the angular power spectrum of the cosmic microwave background // *Astrophys. J.*—2002.—571, N 2.—P. 604—614.
17. *Padmanabhan T.* Accelerated expansion of the universe driven by tachyonic matter // *Phys. Rev. D.*—2002.—66.—id. 021301.
18. *Padmanabhan T.* Cosmological constant — the weight of the vacuum // *Phys. Rep.*—2003.—380.—P. 235—320.
19. *Peebles P. J. E.* Principles of physical cosmology. — Princeton U Press, 1993.—718 p.
20. *Peebles P. J. E., Ratra B.* The cosmological constant and dark energy // *Rev. Mod. Phys.*—2003.—75.—P. 559—606.
21. *Perlmutter S., Aldering G., della Valle M., et al.* Discovery of a supernova explosion at half the age of the Universe // *Nature*.—1998.—391, N 6662.—P. 51—54.
22. *Perlmutter S., Aldering G., Goldhaber G., et al.* Measurements of Omega and Lambda from 42 high-redshift supernovae // *Astrophys. J.*—1999.—517, N 2.—P. 565—586.
23. *Riess A. G., Filippenko A. V., Challis P., et al.* Observational evidence from supernovae for an accelerating Universe and a cosmological constant // *Astron. J.*—1998.—116, N 3.—P. 1009—1038.
24. *Riess A. G., Strolger L.-G., Casertano S., et al.* New Hubble Space Telescope Discoveries of Type Ia Supernovae at  $z > 1$ : Narrowing Constraints on the Early Behavior of Dark Energy // *Astrophys. J.*—2007.—659, N 1.—P. 98—121.
25. *Riess A. G., Strolger L.-G., Tonry J., et al.* Type Ia Supernova discoveries at  $z > 1$  from the Hubble Space Telescope: Evidence for past deceleration and constraints on dark energy evolution // *Astrophys. J.*—2004.—607, N 2.—P. 665—687.
26. *Sahni V., Saini T. D., Starobinsky A. A., Alam U.* Statefinder — a new geometrical diagnostic of dark energy // *J. Exp. Theor. Phys.*—2003.—77.—P. 201—209.
27. *Sahni V., Starobinsky A. A.* The case for a positive cosmological Lambda-term // *Int. J. Mod. Phys. D.*—2000.—9.—P. 373—444.
28. *Spergel D. N., Bean R., Dore O., et al.* Three-year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) observations: Implications for cosmology // *Astrophys. J. Suppl. Ser.*—2007.—170, N 2.—P. 377—408.
29. *Steinhard P. J.* Quintessence and cosmic acceleration // Proceedings of the NATO Advanced Study Institute on Structure Formation in the Universe / Ed. by G. Crittenden, N. G. Turok. — Dordrecht: Kluwer, 2001.—P. 143—176.
30. *Tegmark M., Blanton M. R., Strauss M. A., et al.* The three-dimensional power spectrum of galaxies from the Sloan Digital Sky Survey // *Astrophys. J.*—2004.—606, N 2.—P. 702—740.
31. *Wood-Vasey W. M., Miknaitis G., Stubbs C. W., et al.* Observational constraints on the nature of dark energy: First cosmological results from the ESSENCE supernova survey // *Astrophys. J.*—2007.—666, N 2.—P. 694—715.

Надійшла до редакції 28.01.08